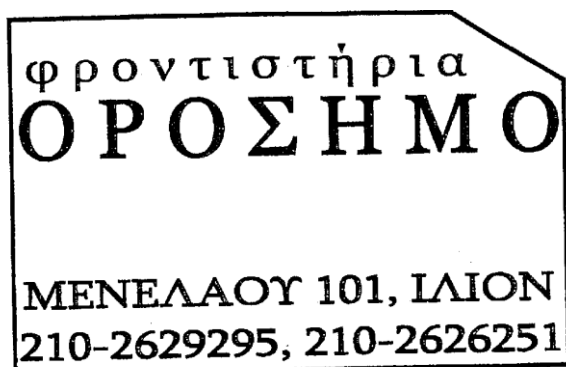




Ημερομηνία: 28/8/26

Τμήμα: ΓΤ

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Καθηγητής: Παναγιωτόπουλος

Ονοματεπώνυμο:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; (Μονάδες 5)

Α2. Πότε δύο συναρτήσεις f και g λέγονται ίσες; (Μονάδες 5)

Α3. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A . Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο το $f(x_0)$; (Μονάδες 5)

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος. (Μονάδες 10)

α) Η γραφική παράσταση της $|f|$ αποτελείται μόνο από τα τμήματα της C_f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$.

β) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A και B αντιστοίχως, τότε η συνάρτηση $g \circ f$ ορίζεται αν $f(A) \cap B \neq \emptyset$.

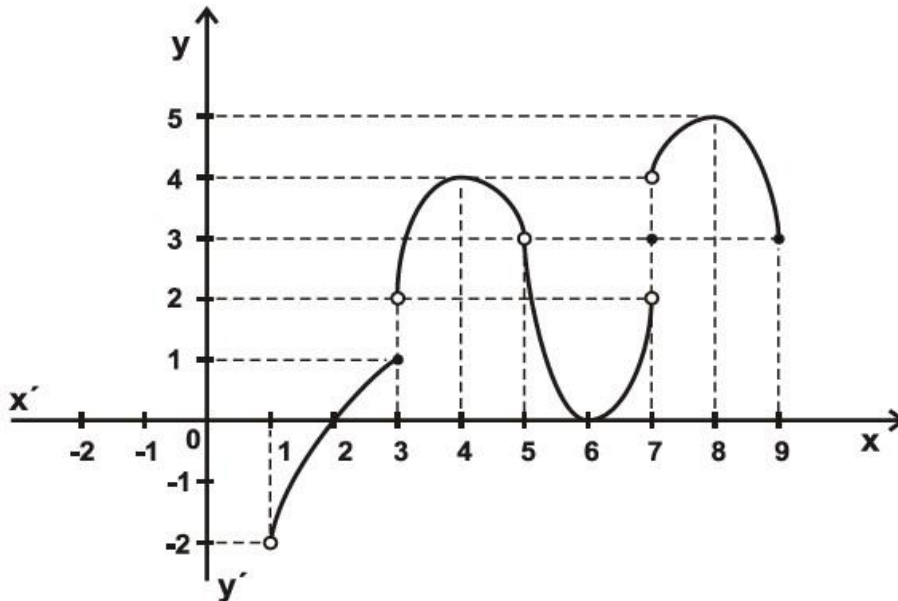
γ) Αν για δύο συναρτήσεις f και g ορίζονται οι συνθέσεις τους $g \circ f$ και $f \circ g$ τότε αυτές θα είναι ίσες.

δ) Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f το πολύ ένα κοινό σημείο.

ε) Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h \circ (g \circ f)$, τότε ορίζεται και η $(h \circ g) \circ f$ και ισχύει $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f .



B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f . (Μονάδες 6)

B2. Να βρείτε τις τιμές $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(9)$, $f(f(7))$. (Μονάδες 5)

B3. Να βρείτε τα ολικά ακρότατα της συνάρτησης f και τις θέσεις τους. (Μονάδες 4)

B4. Να συγκρίνετε τις τιμές $f(\sqrt{2})$ και $f(\sqrt{3})$. (Μονάδες 4)

B5. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$. (Μονάδες 3)

B6. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 0$. (Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln x$, $g(x) = \frac{1}{x-1}$, $h(x) = \sqrt{x}$.

Να βρείτε τις συναρτήσεις:

α) $f \circ g$ (Μονάδες 4)

β) $g \circ h$ (Μονάδες 4)

γ) $f \circ f$ (Μονάδες 4)

Γ2. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{x}{1-x}$.

Να βρείτε τις συναρτήσεις:

α) $f - g$ (Μονάδες 4)

β) $f \cdot g$ (Μονάδες 4)

γ) $\frac{f}{g}$ (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(-2,5)$ και $B(1,3)$.

α) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$. (Μονάδες 6)

β) Να λύσετε την ανίσωση: $f(e^x) < 3$. (Μονάδες 6)

Δ2. Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις $f(x) = \ln x^2$ και $g(x) = 2 \ln x$

είναι ίσες. Στην περίπτωση που $f \neq g$, να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο $f(x) = g(x)$. (Μονάδες 6)

Δ3. Να βρείτε την συνάρτηση f για την οποία ισχύει:

$f(e^x) = x^2 - 3x + 1$. (Μονάδες 7)